Teoría de la Comunicación.

Examen de conceptos básicos de estadística

1) Sea X(t) un P.E. discreto con muestras independientes no estacionario. La fdp de X(t) en t0 = 0 segundos es Gaussiana G(0,1). Determinar la media y la fdp de X(t) en t1 = 2 segundos:

a) La media sigue siendo 0 por ser independiente y la fdp sigue siendo G(0, 1).
b) No puedo conocer ni la media ni la fdp.
c) La media sigue siendo 0 por ser independiente, pero no podemos saber cuánto vale la fdp.
d) No puedo conocer la media, pero sí sabemos que la fdp es G(0,1).

2) Una V.A. discreta tiene como espacio muestral (1,2,3,4,5). Si las probabilidades de esos valores son 0.3, 0.2, 0.1, 0.3 y 0.1. Calcular su función de distribución acumulada:

a) 0.3 en n< 2, 0.5 en n=2, 0.6 en n=3, 0.9 en n=4, 1 en n>4.
b) 0 en n< 1, 0.3 en n=1, 0.5 en n=2, 0.6 en n=3, 0.9 en n=4, 1 en n=5, 0 en n>5.
c) 0 en n< 1, 0.3 en n=1, 0.5 en n=2, 0.6 en n=3, 0.9 en n=4, 1 en n>4.
d) 0 en n< 1, 0.3 en n=1, 0.2 en n=2, 0.1 en n=3, 0.3 en n=4, 0.1 en n=5.

3) Sea X una variable aleatoria continua con distribución uniforme U(1,4). Calcular la probabilidad de que X = 2.

a) 1/3
b) ¼
c) 2/4
d) 0

4) ¿Cuál es el significado físico de la autocorrelación Rx(0) para un pulso cuadrado definido entre 0 y 1?

a) Potencia
b) Varianza
c) Energía
d) Media al cuadrado

5) Un proceso X(t) tiene FDM: G(2,4)

a) No lo puedo saber con los datos aportados
b) La $E\{X(t)^2\}$ para t=0 vale 8
c) La $E\{X(t)^2\}$ para t=0 vale 6
d) La $E\{X(t)^2\}$ para t=0 vale 4

7) Si X e Y son variables aleatorias, determine cuál de estas afirmaciones es cierta:

a) Sólo si son independientes, la autocorrelación de la suma es la suma de las esperanzas.
b) Sólo si son independientes, la media de la suma es la suma de las medias.
c) Sólo si son independientes, la esperanza del producto es el producto de las esperanzas.
d) Sólo si son independientes, la fdp conjunta es la suma de las fdps.

8) Sea X(t) un P.E. estacionario, cuya potencia media vale 5 y su media vale 2. Se puede afirmar que:

a) La función de autocovarianza en $\tau = 1$ vale 1.
b) La función de autocorrelación en $\tau = 0$ vale 1.
c) La función de autocovarianza en $\tau = 0$ vale 1.
d) Ninguna de las anteriores es correcta.

9) Sean A y B los P.E. "Puntos obtenidos por el Equipo A a lo largo de la temporada" y "Tirar un dado infinitas veces", respectivamente.

a) A es no estacionario, y sus muestras son independientes, mientras que B es estacionario, con muestras dependientes.
b) A y B son estacionarios. Las muestras de A no son independientes, mientras que las de B sí.
c) A es no estacionario, y sus muestras no son independientes, mientras que B es estacionario con muestras independientes.
d) Ni A ni B son estacionarios, las muestras de A no son independientes, mientras que las de B sí.

10) Las señales x(t) = cos(3t) e y(t)= cos(9t):

a) Tienen la misma FDM y función de autocorrelación idéntica.
b) Tienen diferente FDM y autocorrelación.
c) Tienen la misma FDM pero diferentes funciones de autocorrelación.
d) Tienen diferente FDM y función de autocorrelación idéntica.

11) Sea un PE de media cero, del que se sabe que la potencia de su primera realización vale 3. Para calcular la varianza del PE en t = 4, es decir var(X(4)), se necesita únicamente:

a) Conocer la media en t = 4.
b) Saber que el proceso es ergódico.
c) Saber que el proceso es estacionario.
d) No puedo calcularlo en ningún caso.

13) Sea un PE ergódico cuya fdp en t = 0 es $X(0) \sim U(-1,9)$. Calcular la probabilidad p1 de que $1 < X(3) < 4$ y la fracción de tiempo p2 que la tercera realización del proceso toma un valor superior a 5.

a) $p_1 = 3/10$ y $p_2 = 4/10$
b) $p_1 = 4/10$ y $p_2 = 3/10$
c) $p_1 = 3/10$; p_2 no se puede calcular con los datos proporcionados.
d) $p_1 = 4/10$ y $p_2 = 4/10$

14) Una vez medida una realización completa de un PE ergódico de media cero se ha calculado que $\langle x^2(t)\rangle = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} x^2(t)dt = 3$ para esa realización. Calcule cuánto vale la varianza de la variable aleatoria correspondiente al PE en t = 3, es decir, var(X(3)).

a) No puedo saber cuánto vale porque no conozco la fdp en t = 3.
b) var (X(3))= 3
c) var (X(3))= 9
d) var (X(3))= 0

15) Sea U(t) el pulso cuadrado unidad definido como U(t) = 1 para 0<t<1 y 0 en el resto, y sean las señales

- a(t) = cos(2t),
- b(t) = a(t)·U(t),
- c(t) un P.E estacionario con fdp G(0,1), y
- d(t) es c(t)·U(t)

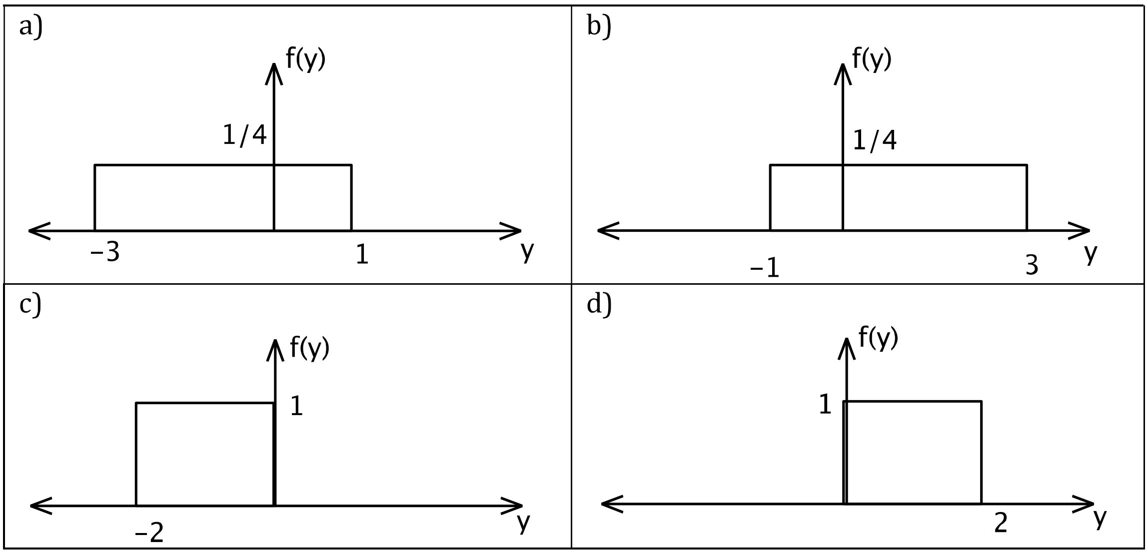
Se cumple:

a) a(t) es definida en potencia, y el resto en energía.
b) a(t), c(t) y d(t) son definidas en potencia, y b(t) en energía.
c) a(t) y c(t) son definidas en potencia, y b(t) y d(t) en energía.
d) a(t) es definida en potencia, b(t) en energía, pero nos falta información para saber cómo son c(t) y d(t).

16) Sean dos procesos X e Y (X con media cero, Y no). Sus funciones de autocorrelación valen Rx = Ry = 3 en $-1 < \tau < 1$ y 0 en el resto. Calcular la autocorrelación Z = X + Y.

a) $R_z = 12$ en $-1 < \tau < 1$ y 0 en el resto.
b) Función triangular centrada en cero, de altura 6 y base desde -2 a 2.
c) $R_z = 6$ en $-1 < \tau < 1$ y 0 en el resto.
d) No se puede realizar el cálculo con los datos aportados.

17) Sea X una variable aleatoria distribuida uniformemente en el intervalo [-1,1]. Calcule la función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria definida según Y = 2X - 1.



18) Las muestras del proceso z[n] se distribuyen según una variable aleatoria Z. z[n] es función de y[n], que es un proceso i.i.d. con distribución $Y \sim G(0, 1)$, en concreto z[n] = ay[n]+b, donde a y b son constantes. ¿Cuál es su autocorrelación Rz (τ)?

a) $Rz(\tau) = (a+b)^2 + b^2$ para $\tau = 0$ y $(a+b)^2$ en el resto.
b) $Rz(\tau) = b^2 + a^2$ para $\tau = 0$ y 0 en el resto.
c) $Rz(\tau) = b^2 + a^2$ para $\tau = 0$ y b^2 en el resto.
d) No puedo saberlo con los datos aportados.

19) Dos procesos estacionarios X e Y tienen funciones densidad de probabilidad uniformes Ux[0, 6] y Uy[4, 10], respectivamente. Si los dos procesos son independientes entre sí, calcule la potencia media del proceso Z = X + Y.

a) 64
b) 106
c) 48
d) No se puede calcular con los datos aportados.

20) Sea X(t) un P.E. estacionario con muestras independientes y fdp desconocida con media 1 y varianza 4. La señal x(t) se introduce en un filtro cuya respuesta al impulso es $h(t) = 2\delta(t) - \delta(t-1)$, generándose la señal y(t). Determine la media y la varianza de y(t).